

СПИН-СПИНОВОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО РАЗНЕСЕННЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ СПИНОВ В ПОЛЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Аннотация.

Актуальность и цели. В настоящее время значительное внимание исследователи уделяют поиску новых магнитных метаматериалов. В связи с этим в данной работе решается актуальная задача вывода нелокальных уравнений распространения электромагнитных волн в магнитных средах, где осуществляются спиновые переходы под действием радиочастотных, сверхвысокочастотных и терагерцевых полей. На основе этих уравнений предлагается решать различные задачи, подобные уже решаемым задачам в оптике.

Материалы и методы. Решение поставленной задачи проведено на основе эффектов 2-го и 3-порядков квантовой электродинамики с выделением спин-спиновых взаимодействий пространственно разнесенных электронов двух водородных атомов. При этом в разложении запаздывающих потенциалов учитываются два параметра малости (v/c) и $(\Delta\xi/R_{12})$, где v – скорость движения электронов, c – скорость света в вакууме, $\Delta\xi$ – смещение электронов относительно неподвижных ядер, R_{12} – расстояние между ядрами атомов.

Выводы. Показано, что в операторе спин-спинового взаимодействия двух пространственно разнесенных электронов, принадлежащих двум водородоподобным атомам, присутствуют члены, пропорциональные $1/R_{12}^3$, $1/R_{12}^2$, $1/R_{12}$, в отличие от оператора Брейта, где взаимодействие двух электронов определяется лишь членами $1/R_{12}^3$. На основе полученного оператора спин-спинового взаимодействия двух пространственно разнесенных электронов, переходя к эффектам 3-го порядка квантовой электродинамики, получили уравнение распространения электромагнитных волн в системе электронных спинов.

Ключевые слова: электромагнитные волны, электронный спин, спин-спиновое взаимодействие двух пространственно разнесенных электронов, водородоподобный атом, запаздывающие потенциалы, эффекты 2-го и 3-порядков квантовой электродинамики, оператор Брейта.

О. N. Gadomskiy, D. O. Musich

SPIN-SPIN INTERACTION OF SPATIALLY SEPARATED ELECTRON SPINS IN THE FIELD OF ELECTROMAGNETIC RADIATION

© Гадомский О. Н., Мусич Д. О., 2020. Данная статья доступна по условиям всемирной лицензии Creative Commons Attribution 4.0 International License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>), которая дает разрешение на неограниченное использование, копирование на любые носители при условии указания авторства, источника и ссылки на лицензию Creative Commons, а также изменений, если таковые имеют место.

Abstract.

Background. At present, researchers are paying considerable attention to the search for new magnetic metamaterials. In this regard, this article solves the urgent problem of deriving nonlocal equations for the propagation of electromagnetic waves in magnetic media, where spin transitions are carried out under the action of radio frequency, microwave and terahertz fields. Based on these equations, it is proposed to solve various problems similar to those already being solved in optics.

Materials and methods. The solution to the problem posed is based on the effects of the 2nd and 3rd orders of quantum electrodynamics, highlighting the spin-spin interactions of spatially separated electrons of two hydrogen atoms. In this case, the expansion of the retarded potentials takes into account two smallness parameters (v/c) and $(\Delta\xi/R_{12})$, where v is the speed of motion of electrons, c is the speed of light in vacuum, $\Delta\xi$ is the displacement of electrons relative to immobile nuclei, R_{12} is the distance between the nuclei of atoms.

Conclusions. It is shown that the operator of the spin-spin interaction of two spatially separated electrons belonging to two hydrogen-like atoms contains terms proportional to $1/R_{12}^3$, $1/R_{12}^2$, $1/R_{12}$, in contrast to the Breit operator, where the interaction of two electrons is determined only by the terms $1/R_{12}^3$. On the basis of the obtained operator of spin-spin interaction of two spatially separated electrons, passing to the effects of the third order of quantum electrodynamics, an equation for the propagation of electromagnetic waves in a system of electron spins is obtained.

Keywords: electromagnetic waves, electron spin, spin-spin interaction of two spatially separated electrons, hydrogen-like atom, retarded potentials, effects of the 2nd and 3rd orders of quantum electrodynamics, the Breit operator.

Введение

Спин-спиновое взаимодействие электронов из-за его релятивистской природы значительно слабее других взаимодействий, определяющих структуру энергетических уровней. Так, энергия спин-спинового взаимодействия двух электронов внутри атомов или молекул составляет порядка $10^{-4} - 10^{-5}$ эВ. Спин-спиновое взаимодействие играет важную роль в динамике многочастичных систем, влияя на поперечную релаксацию, спиновую диффузию, спиновую температуру [1, 2]. Роль спин-спинового взаимодействия электронов может значительно возрасти при распространении резонансного радиочастотного поля в системе свободных электронов, например в магнитном метаматериале из металлических нано- или микросфер.

Оператор спин-спинового взаимодействия двух электронов соответствует запаздывающему взаимодействию порядка $(v/c)^2$ (v – скорость движения электронов, c – скорость света) и содержится в операторе Брейта [3–5]. Этот оператор был получен в рамках 2-го порядка теории возмущений квантовой электродинамики и применяется для описания сосредоточенных электронных систем, размеры которых удовлетворяют условию $(\omega_0 \Delta\xi / c)$, где $\Delta\xi$ – размеры системы, ω_0 – собственная частота в спектре взаимодействующих электронов. Однако значительный интерес представляет учет спин-спинового взаимодействия в протяженных системах, например в ферромагнетиках, магнитных метаматериалах в поле электромагнитного излучения, чему и посвящена данная статья.

В классической электродинамике магнитное поле кругового тока зависит от расстояния до точки наблюдения по закону $1/r^3$ [6]. Именно это свойство магнитных полей используется для описания магнитных метаматериалов из разомкнутых кольцевых резонаторов [7, 8] при рассмотрении взаимодействия соседних магнитных моментов. При учете запаздывания электромагнитное поле магнитных диполей зависит от расстояния до точки наблюдения по более сложному закону [6]. В данной статье представлено квантоэлектродинамическое рассмотрение взаимодействия пространственно разнесенных электронных спинов и будет получен оператор спин-спинового взаимодействия более общий, чем оператор Брейта.

Как показано в [9, 10], решение проблемы двух электронов позволяет вывести нелокальные уравнения электродинамики, например в виде интегродифференциальных уравнений распространения электромагнитных волн. Квантоэлектродинамическое рассмотрение взаимодействия двух электронов в поле излучения позволяет выяснить физический смысл поляризационных полей с участием промежуточных состояний с положительной и отрицательной энергией. В случае гелиеподобного атома взаимодействие двух электронов в поле реальных фотонов как эффекты 3-го порядка квантовой электродинамики было описано Дрейком [11]. В наших работах было дано описание взаимодействия двух пространственно разнесенных электронов в поле излучения. При этом основное внимание было уделено электрическим дипольным квантовым переходам в спектре водородоподобных атомов. Обобщение этого рассмотрения на случай квазимолекулярных систем дано в [12]. В данной статье приведено подробное описание взаимодействия двух пространственно разнесенных электронов с рассмотрением квантовых переходов между спиновыми состояниями электронов.

На основе полученного оператора спин-спинового взаимодействия двух пространственно разнесенных электронов выведено интегродифференциальное уравнение распространения электромагнитных волн в непрерывной среде электронных спинов.

1. Оператор энергии взаимодействия двух пространственно разнесенных электронов

Матричный элемент энергии взаимодействия двух электронов, принадлежащих двум водородоподобным атомам на произвольном расстоянии друг от друга, представим следующим образом [13]:

$$U_{AB;CD} = e^2 \int \psi_C^+(r_1) \psi_D^+(r_2) \frac{1 - \alpha_1 \alpha_2}{|r_1 - r_2|} \times \\ \times \exp\left(\frac{i}{c} |\omega_{AC}| |r_1 - r_2|\right) \psi_A(r_1) \psi_B(r_2) dr_1 dr_2, \quad (1)$$

где α_1, α_2 – матрицы Дирака 1-го и 2-го электронов; e – заряд электрона; $\psi_A(r_1)$, $\psi_B(r_2)$ – волновые функции электронов в состоянии A и B ; r_1, r_2 – радиус-векторы электронов; $\psi_C^+(r_1)$, $\psi_D^+(r_2)$ – эрмитовосопряженные вол-

новые функции электронов в состоянии C и D . При этом частоты состояний удовлетворяют закону сохранения (рис. 1)

$$\omega_A + \omega_B = \omega_C + \omega_D. \quad (2)$$

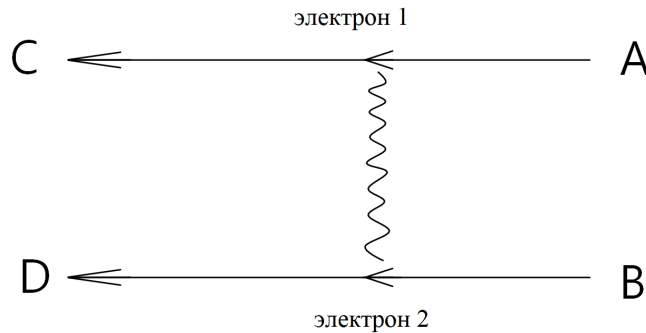


Рис. 1. Диаграмма взаимодействия двух электронов через поле виртуальных фотонов: A, B – начальные состояния электронов с энергиями $\hbar\omega_A, \hbar\omega_B$; C, D – конечные состояния электронов с энергиями $\hbar\omega_C, \hbar\omega_D$

Расстояние между электронами в (1) представим как

$$|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| = |\boldsymbol{\xi}_1 - \mathbf{R}_{12} - \boldsymbol{\xi}_2|, \quad (3)$$

где $\boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi}_2$ – смещения электронов относительно неподвижных ядер атомов; R_{12} – расстояние между ядрами. Это позволяет записать следующее приближенное равенство:

$$|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| = R_{12} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \frac{(\Delta\xi)^2}{R_{12}^2} - \frac{(\Delta\xi \mathbf{R}_{12})}{R_{12}^2} - \frac{(\Delta\xi \mathbf{R}_{12})^2}{2R_{12}^4} \right\}, \quad (4)$$

где $\Delta\xi = \boldsymbol{\xi}_1 - \boldsymbol{\xi}_2$.

Проведем разложение фактора запаздывания в (1) с учетом (4), получим

$$\frac{\exp\left(\frac{i}{c}|\omega_{AC}||\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|\right)}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} = \frac{\exp\left(\frac{i}{c}|\omega_{AC}|R_{12}\right)}{R_{12}} \times \left[1 + \frac{i}{c}|\omega_{AC}|R_{12}f_0 - \frac{1}{2c^2}|\omega_{AC}|^2(R_{12}f_0)^2 \right] \times [1 - f_0 + f_0^2], \quad (5)$$

где безразмерная функция f_0 имеет вид

$$f_0 = \frac{(\Delta\xi)^2}{2R_{12}^2} - \frac{(\Delta\xi \mathbf{R}_{12})}{R_{12}^2} - \frac{(\Delta\xi \mathbf{R}_{12})^2}{2R_{12}^4}. \quad (6)$$

Будем пренебрегать в (5) членами порядка $(\Delta\xi / R_{12})^n$ при $n > 2$.

Матричные элементы α_1 и $\alpha_2 \sim v/c$, где v – скорость движения электронов, c – скорость света в вакууме. Поэтому при подстановке разложения (5) в матричный элемент (1) будем учитывать члены, не превышающие этот порядок величины. Поэтому оператор энергии запишем следующим образом:

$$U_G = \frac{e^2}{R_{12}} e^{\frac{i}{c}\omega_0 R_{12}} (1 - \alpha_1 \alpha_2) (1 - f_0 + f_0^2) + \\ + \frac{ie^2}{c\hbar R_{12}} e^{\frac{i}{c}\omega_0 R_{12}} \times \left[H_1, \left(R_{12} f_0 - (R_{12} f_0)^2 \right) \right] - \frac{e^2 e^{\frac{i}{c}\omega_0 R_{12}}}{2c^2 \hbar^2 R_{12}} \times \left[H_1 \left[H_2, (R_{12} f_0)^2 \right] \right], \quad (7)$$

где $\omega_0 = \omega_{AC}$ и H_1, H_2 – операторы электронов 1 и 2,

$$H_1 = c\alpha_1 p_1 + \beta_1 mc^2 + eA_1^{(e)}, \quad H_2 = c\alpha_2 p_2 + \beta_2 mc^2 + eA_2^{(e)}, \quad (8)$$

p_1, p_2 – операторы импульса электронов; $\beta_{1,2}$ – β -матрицы Дирака; $A_{1,2}^{(e)}$ – скалярные потенциалы электронов в атомах 1 и 2;

$$H_1 \Psi_A(r_1) = \hbar \omega_A \Psi_A(r_1), \\ H_2 \Psi_B(r_2) = \hbar \omega_B \Psi_B(r_2). \quad (9)$$

Вычислим коммутаторы в (7) и получим следующий оператор взаимодействия двух электронов:

$$U_G = \frac{e^2}{R_{12}} e^{\frac{i}{c}\omega_0 R_{12}} f_1 - \frac{e^2}{R_{12}} e^{\frac{i}{c}\omega_0 R_{12}} (\alpha_1 \alpha_2) (f_1 - 1) + e^2 e^{\frac{i}{c}\omega_0 R_{12}} \alpha_1 f_3, \quad (10)$$

где

$$f_3 = \frac{\Delta \xi}{R_{12}^2} - \frac{R_{12}}{R_{12}^2} - \frac{3(\Delta \xi R_{12}) R_{12}}{R_{12}^4}, \\ f_1 = 1 - \frac{(\Delta \xi)^2}{2R_{12}^2} - \frac{(\Delta \xi R_{12})}{R_{12}^2} - \frac{3(\Delta \xi R_{12})^2}{2R_{12}^4}. \quad (11)$$

Покажем, что оператор U_G переходит в оператор Брейта U_B для двух электронов в гелиеподобном атоме. Действительно, при выполнении условий

$$R_{12} = |r_1 - r_2|, \quad \xi_1 - \xi_2 = r_1 - r_2, \quad \frac{\omega}{c} R_{12} \rightarrow 0$$

получим, что

$$U_G = U_B = \frac{e^2}{r_{12}} - \frac{e^2}{2} \frac{(\alpha_1 \alpha_2) + (\alpha_1 n_{12})(\alpha_2 n_{12})}{r_{12}}, \quad (12)$$

где $n_{12} = r_{12} / r_{12}$.

2. Переход к слаборелятивистскому пределу

Представим волновые функции в (1) как [13]:

$$\Psi = \begin{pmatrix} \varphi \\ \chi \end{pmatrix}, \quad \chi = \frac{\boldsymbol{\sigma} \mathbf{p}}{2mc} \varphi, \quad (13)$$

где $\boldsymbol{\sigma}$ – матрицы Паули [13].

Вектор плотности электрического тока определим с помощью матричного элемента

$$\mathbf{j} = ce \cdot \Psi^+ \cdot \boldsymbol{\alpha} \cdot \Psi = ce \left(\varphi^+ \boldsymbol{\sigma} + \chi^+ \boldsymbol{\sigma} \varphi \right), \quad (14)$$

где $\Psi^+, \varphi^+, \chi^+$ – эрмитовосопряженные волновые функции.

В результате получим следующее выражение для вектора плотности электрического тока:

$$\mathbf{j} = \frac{e\hbar}{2mi} \left\{ \varphi^+ \nabla \varphi - (\nabla \varphi^+) \varphi \right\} + c \left[\nabla \chi \left(\varphi^+ \boldsymbol{\mu} \varphi \right) \right], \quad (15)$$

где $\boldsymbol{\mu} = (e\hbar / 2mc) \boldsymbol{\sigma}$ – оператор спинового магнитного момента электрона.

Используем выражение (15) для вычисления матричных элементов оператора U_G , основное внимание уделяя спин-спиновому взаимодействию электронов. Соответствующий оператор спин-спинового взаимодействия двух пространственно разнесенных электронов обозначим как U_G^{s-s} . Тогда после вычисления получим, что

$$U_G^{s-s} = -\frac{e^2 \hbar^2}{4m^2 c^2} e^{\frac{i}{c} \omega_0 R_{12}} \left[\frac{-\boldsymbol{\sigma}_1 \boldsymbol{\sigma}_2}{R_{12}^3} - \frac{3(\boldsymbol{\sigma}_1 \mathbf{R}_{12})(\boldsymbol{\sigma}_2 \mathbf{R}_{12})}{R_{12}^5} \right] + \frac{e^2 p_0}{2mc} e^{\frac{i}{c} \omega_0 R_{12}} \times \\ \times \left[\frac{-\boldsymbol{\sigma}_1 \boldsymbol{\sigma}_2}{R_{12}} - \frac{(\boldsymbol{\sigma}_1 \mathbf{R}_{12})(\boldsymbol{\sigma}_2 \mathbf{R}_{12})}{R_{12}^3} \right] - \frac{e^2 \hbar}{2mc} i \left[\frac{-\boldsymbol{\sigma}_1 \boldsymbol{\sigma}_2}{R_{12}^2} - \frac{3(\boldsymbol{\sigma}_1 \mathbf{R}_{12})(\boldsymbol{\sigma}_2 \mathbf{R}_{12})}{R_{12}^4} \right], \quad (16)$$

где p_0 – матричный элемент (по модулю) оператора импульса электрона.

Оператор спин-спинового взаимодействия, полученный из оператора Брейта (12) в слаборелятивистском пределе, зависит от расстояния между электронами по закону $(1/R_{12}^3)$ и соответствует первому слагаемому в (16) при $(\omega_0 R_{12} / c) \rightarrow 0$. Для пространственно разнесенных электронов, как видно из (16), возникают также и другие зависимости от расстояния между электронами.

Переходя к операторам $\boldsymbol{\mu}_1$ и $\boldsymbol{\mu}_2$ спинового магнитного момента электронов, получим из (16) следующий оператор:

$$U_G^{s-s} = -e^{\frac{i}{c} \omega_0 R_{12}} \left[\frac{-(\boldsymbol{\mu}_1 \boldsymbol{\mu}_2)}{R_{12}^3} - \frac{3(\boldsymbol{\mu}_1 \mathbf{R}_{12})(\boldsymbol{\mu}_2 \mathbf{R}_{12})}{R_{12}^5} \right] +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{2p_0mc}{\hbar^2} e^{\frac{i}{c}\omega_0 R_{12}} \left[\frac{-(\mu_1 \mu_2)}{R_{12}} - \frac{(\mu_1 R_{12})(\mu_2 R_{12})}{R_{12}^3} \right] - \\
 & - \frac{2imc}{\hbar} e^{\frac{i}{c}\omega_0 R_{12}} \left[\frac{-(\mu_1 \mu_2)}{R_{12}^2} - \frac{3(\mu_1 R_{12})(\mu_2 R_{12})}{R_{12}^4} \right]. \quad (17)
 \end{aligned}$$

Первое слагаемое в этом операторе, обратно пропорциональное $1/R_{12}^3$, соответствует величинам порядка $(v/c)^2 (\Delta\xi/R_{12})^2$. В этом можно убедиться, если вычислить энергию взаимодействия двух электронов в основном состоянии, используя первый порядок теории возмущений. Второе слагаемое в (17) соответствует величинам порядка (v/c) , а третье – величинам порядка $(v/c)(\Delta\xi/R_{12})$. Это означает, что основную роль в спин-спиновом взаимодействии пространственно разнесенных электронов играют члены, пропорциональные $1/R_{12}$.

3. Учет внешнего поля излучения

Взаимодействие двух электронов во внешнем поле излучения определим с помощью поляризующих полей, пропорциональных квантомеханическим средним α_1 и α_2 . При этом реализуется следующая схема квантовых переходов. Пусть оба электрона находятся в основном состоянии с волновой функцией ψ_m и энергией $E_m = \hbar\omega_m$. В результате взаимодействия электронов через поле виртуальных фотонов один из электронов, например электрон 2, переходит в некоторое состояние с волновой функцией ψ_k и энергией $E_k = \hbar\omega_k$, а затем возвращается в исходное состояние ψ_m . При этом первый электрон переходит в возбужденное состояние с энергией $E_n = \hbar\omega_n$ и волновой функцией ψ_n . Эта схема квантовых переходов соответствует эффектам 3-го порядка квантовой электродинамики (рис. 2).

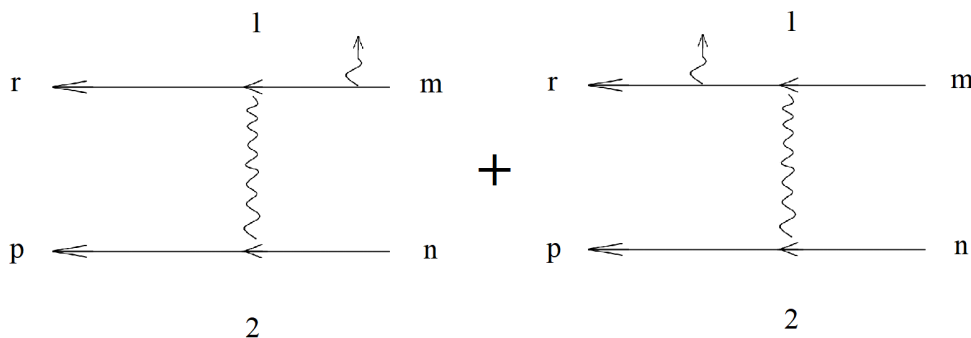


Рис. 2. Диаграмма взаимодействия двух электронов через поле виртуальных и реальных фотонов: m, n – индексы начальных состояний электронов, p, r – индексы их конечных состояний. При этом закон сохранения энергии – $E_n + E_m + E_p + E_r \pm \hbar\omega = 0$, ω – частота реальных фотонов

Вычислим α_2 с помощью теории возмущений, ограничиваясь ее первым порядком. Уравнение Дирака для решения этой задачи имеет вид

$$\left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - H_2 \right) \Psi_m = -e\alpha_2 A \Psi_m, \quad (18)$$

где $H_2 \Psi_m = \hbar \omega_m \Psi_m$, а волновая функция Ψ_m представляется в виде квантовой суперпозиции:

$$\Psi_m = \left\{ \Psi_m + \sum_k \left(a_{mk} e^{i\omega t} + b_{mk} e^{-i\omega t} \right) \psi_k \right\} e^{-i\omega_m t}, \quad (19)$$

где a_{mk}, b_{mk} – комплексные коэффициенты.

Пусть векторный потенциал A в уравнении (18) имеет вид

$$A(r_2, t) = \frac{1}{2} A(r_2) (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}), \quad (20)$$

где $A(r_2)$ – функция координаты r_2 местоположения электрона 2.

Подставим (19) в (18), чтобы вычислить коэффициенты a_{mk} и b_{mk} . Тогда получим следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \sum_k \left[(\omega_{mk} - \omega) e^{i\omega t} a_{mk} + (\omega_{mk} + \omega) e^{-i\omega t} b_{mk} \right] \psi_k(r_2) = \\ = -\frac{1}{2} e\alpha_2 A(r_2) (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}), \end{aligned} \quad (21)$$

где $\omega_{mk} = \omega_m - \omega_k$ – частота перехода. Умножим обе части уравнения (21) на $\psi_k^*(r_2)$ и проинтегрируем по переменным r_2 . Тогда находим после приравнивания коэффициентов, стоящих при одинаковых временных экспоненциальных множителях, значения неизвестных коэффициентов:

$$a_{mk} = \frac{\psi_k(r_2) | -e\alpha_2 A(r_2) | \psi_m(r_2)}{2\hbar(\omega_{mk} - \omega_k)}, \quad b_{mk} = \frac{\psi_k(r_2) | -e\alpha_2 A(r_2) | \psi_m(r_2)}{2\hbar(\omega_{mk} + \omega_k)}. \quad (22)$$

Используя значения коэффициентов (22), получим для квантовомеханического среднего α_2 следующее выражение:

$$\begin{aligned} \alpha_{2m} = \Psi_m | \alpha_2 | \Psi_m = \psi_m | \alpha_2 | \psi_m + \\ + \sum_k \psi_m | \alpha_2 | \psi_k a_{mk} e^{i\omega t} + \sum_k \psi_m | \alpha_2 | \psi_k b_{mk} e^{-i\omega t} + (c.c.). \end{aligned} \quad (23)$$

Часть выражения (23), зависящая от векторного потенциала $A(r_2)$, определяет тензор поляризуемости α_{2m} в состоянии m для частот вдали от ω_{mk} . При стремлении ω к ω_{mk} следует перейти к комплексным энергиям $E_k \rightarrow E_k - (i/2)\Gamma_k$, где Γ_k^{-1} – время жизни возбужденных состояний k .

Матричные элементы α_2 в (23) найдем с помощью выражений (14) и (15), позволяющих определить тип квантовых переходов в тензоре поляризуемости. Ниже будем рассматривать только спиновые квантовые переходы в спектре взаимодействующих электронов.

4. Уравнение распространения электромагнитных волн в системе электронных спинов

Напряженность магнитного поля в месте расположения электрона 1 с радиус-вектором $\mathbf{r}_1$ определим с помощью оператора (17) следующим образом:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}_1) = \text{rot rot} \frac{\boldsymbol{\mu}_{2t-R_{12}/c}}{R_{12}}, \quad (24)$$

где $\boldsymbol{\mu}_2$ – квантовомеханическое среднее магнитного спинового момента электрона 2 в точке $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_1 + \mathbf{R}_{12}$. Дифференцирование в (24) проводится по координатам точки наблюдения $\mathbf{r}_1$.

Запишем оператор U_G^{S-S} как

$$U_G^{S-S} = \boldsymbol{\mu}_1 \mathbf{H}(\mathbf{r}_1) \quad (25)$$

при условии, что временная зависимость $\boldsymbol{\mu}_2$ определяется законом

$$\boldsymbol{\mu}_2 = \boldsymbol{\mu}_{20} e^{-i\omega t}, \quad (26)$$

где ω – частота внешнего поля излучения. Подставляя (26) в (24), найдем соответствие между операторами (17) и (25).

В протяженной среде электронных спинов при распространении в этой среде электромагнитных волн уравнение распространения электромагнитных волн при непрерывном распределении спинов имеет вид

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_1(\mathbf{r}, t) + \int \text{rot rot} N \frac{\boldsymbol{\mu}_{t-R_{12}/c}}{R} dV', \quad (27)$$

где $\mathbf{H}_1(\mathbf{r}, t)$ – напряженность магнитного поля внешней электромагнитной волны в точке наблюдения $\mathbf{r}$; $\boldsymbol{\mu}$ – некоторая функция локального поля $\mathbf{H}(\mathbf{r}', t)$ внутри среды в точках $\mathbf{r}'$ в запаздывающие моменты времени $t - R/c$, $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$, интегрирование ведется по всем точкам $\mathbf{r}'$ среды.

Определим зависимость $\boldsymbol{\mu}$ от поля $\mathbf{H}$, используя уравнение Блоха для электронной намагниченности $\mathbf{M} = N\boldsymbol{\mu}$:

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = \gamma[\mathbf{M} \times \mathbf{H}] - \frac{1}{T_2}(M_x \mathbf{i} + M_y \mathbf{j}) - \frac{1}{T_1}(M_z + M_0) \mathbf{k}, \quad (28)$$

где $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – орты координатных осей; M_0 – равновесная намагниченность; $\gamma = (e/mc)$; T_1 и T_2 – времена продольной и поперечной релаксации [2].

Стационарное решение уравнений (28) во вращающейся с частотой ω системе координат имеет вид

$$\tilde{M}_x + i\tilde{M}_y = M_0 \frac{\Delta\omega\gamma H_1 T_2^2 + i\gamma H_1 T_2}{1 + (T_2\Delta\omega)^2 + \gamma^2 H_1^2 T_1 T_2}, \quad (29)$$

где H_1 – напряженность радиочастотного магнитного поля, осуществляющего квантовые переходы между спиновыми состояниями электрона в постоянном магнитном поле H_0 , $\Delta\omega = \omega - \omega_0$, $\omega_0 = +|\gamma|H_0$.

При выполнении условия $\gamma^2 H_1^2 T_1 T_2 \ll 1$ в слабых радиочастотных полях получим из (29), что

$$\tilde{M}_x + i\tilde{M}_y = (iH_{1x} + jH_{1y}) N\alpha_M = M_0 |\gamma| (iH_{1x} + jH_{1y}) \frac{1}{\omega_0 - \omega - i/T_2}, \quad (30)$$

где $M_0 = M_z$ и пропорционально напряженности постоянного магнитного поля H_0 , направленного вдоль оси z ($z \parallel \mathbf{k}$), а напряженность радиочастотного поля $\mathbf{H}_1 \perp \mathbf{k}$. Подставляя (30) в (27), получим интегродифференциальное уравнение распространения электромагнитных волн в протяженной системе электрических спинов для нахождения поля $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ в различных точках наблюдения как внутри среды, так и за ее пределами.

Заключение

Итак, в данной статье представлено квантовоэлектродинамическое рассмотрение взаимодействия двух пространственно разнесенных электронов в поле внешнего радиочастотного поля, что позволяет вывести уравнение распространения электромагнитных волн в системе электронных спинов. Это уравнение представляет значительный интерес, например, при описании магнитных метаматериалов из металлических микросфер.

Библиографический список

1. Таунс, Ч. Радиоспектроскопия / Ч. Таунс, А. Шавлов. – Москва : Изд-во Иностранной литературы, 1959. – 754 с.
2. Абрагам, А. Ядерный магнетизм / А. Абрагам. – Москва : Изд-во Иностранной литературы, 1963. – 528 с.
3. Breit, G. The Effect of Retardation on the Interaction of Two Electrons / G. Breit // Phys. Rev. – 1929. – Vol. 34, iss. 553. – DOI <https://doi.org/10.1103/PhysRev.34.553>.
4. Ландау, Л. Д. On the Relativistic Correction of the Schrödinger Equation for the Many-Body Problem / Л. Д. Ландау // Phys. Z. Sowjet Sow. Phys. – 1935. – Vol. 8, iss. 487.
5. Bethe, H. Über die Wechselwirkung von zwei Elektronen / H. Bethe, E. Fermi // Z. Physik. – 1932. – Vol. 77. – P. 296–306.
6. Ландау, Л. Д. Теоретическая физика : учеб. пособ. : в 10 т. Т. II. Теория поля / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – Москва : Физматгиз, 2003. – 536 с.
7. Shamoninna, E. Waves in Metamaterial / E. Shamoninna, L. Solymar. – Oxford : Oxford Univ. Press, 2009.

8. **Лагaрьков, А. Н.** Сверхразрешение и усиление в метаматериалах / А. Н. Лагaрьков, А. К. Сарычев, В. Н. Кисель, Г. Тартаковский // *Успехи физических наук*. – 2009. – Т. 179 (9). – С. 1018–1027.
9. **Гадомский, О. Н.** Проблема двух электронов и нелокальные уравнения электродинамики / О. Н. Гадомский // *Успехи физических наук*. – 2009. – Т. 170 (11). – С. 1145–1179.
10. **Гадомский, О. Н.** К теории излучения системы слабо взаимодействующих частиц / О. Н. Гадомский, В. Р. Нагибаров, Н. К. Соловаров // *Журнал экспериментальной и теоретической физики*. – 1972. – Т. 63. – С. 813–819.
11. **Drake, G. W. F.** Relativistic Corrections to Radiative Transition Probabilities / G. W. F. Drake // *Phys. Rev. A*. – 1972. – Vol. 5, iss. 5. – P. 1979. – DOI <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.5.1979>
12. **Lazur, V.** Interaction of two quasimolecular electrons via the field of virtual photons as a second-order effect of quantum electrodynamics / V. Lazur, S. I. Myhalyna, O. K. Reity // *Phys. Rev. A*. – 2010. – Vol. 81, № 6. – P. 062707.
13. **Ахиезер, А. И.** Квантовая электродинамика / А. И. Ахиезер, В. Б. Берестецкий. – Москва : Физматгиз, 1959. – 656 с.

References

1. Tauns Ch., Shavlov A. *Radiospektroskopiya* [Radiospectroscopy]. Moscow: Izd-vo Inostrannoy literatury, 1959, 754 p. [In Russian]
2. Abragam A. *Yadernyy magnetizm* [Nuclear magnetism]. Moscow: Izd-vo Inostrannoy literatury, 1963, 528 p. [In Russian]
3. Breit G. *Phys. Rev.* 1929, vol. 34, iss. 553. DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRev.34.553>.
4. Landau L. D. *Phys. Z. Sowjet Sow. Phys.* 1935, vol. 8, iss. 487.
5. Bethe H., Fermi E. *Z. Physik.* 1932, vol. 77, pp. 296–306.
6. Landau L. D., Lifshits E. M. *Teoreticheskaya fizika: ucheb. posob: v 10 t. T. II. Teoriya polya* [Theoretical physics: teaching aid: in 10 volumes. Volume 2. Field theory]. Moscow: Fizmatgiz, 2003, 536 p. [In Russian]
7. Shamoninna E., Solymar L. *Waves in Metamaterial*. Oxford: Oxford Univ. Press, 2009.
8. Lagar'kov A. N., Sarychev A. K., Kisel' V. N., Tartakovskiy G. *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Advances in physical sciences]. 2009, vol. 179 (9), pp. 1018–1027. [In Russian]
9. Gadomskiy O. N. *Uspekhi fizicheskikh nauk* [Advances in physical sciences]. 2009, vol. 170 (11), pp. 1145–1179. [In Russian]
10. Gadomskiy O. N., Nagibarov V. R., Solovarov N. K. *Zhurnal eksperimental'noy i teoreticheskoy fiziki* [Journal of experimental and theoretical physics]. 1972, vol. 63, pp. 813–819. [In Russian]
11. Drake G. W. F. *Phys. Rev. A*. 1972, vol. 5, iss. 5, p. 1979. DOI <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.5.1979>
12. Lazur V., Myhalyna S. I., Reity O. K. *Phys. Rev. A*. 2010, vol. 81, no. 6, p. 062707.
13. Akhiezer A. I., Berestetskii V. B. *Kvantovaya elektrodinamika* [Quantum electrodynamics]. Moscow: Fizmatgiz, 1959, 656 p. [In Russian]

Гадомский Олег Николаевич

доктор физико-математических наук,
профессор, кафедра радиофизики
и электроники, Ульяновский
государственный университет (Россия,
г. Ульяновск, ул. Льва Толстого, 42)

E-mail: gadomsky@mail.ru

Gadomskiy Oleg Nikolaevich

Doctor of physical and mathematical
sciences, professor, sub-department
of radiophysics and electronics, Ulyanovsk
State University (42 L'va Tolstogo
street, Ulyanovsk, Russia)

Мусич Дмитрий Олегович

студент, Ульяновский государственный
университет (Россия, г. Ульяновск,
ул. Льва Толстого, 42)

E-mail: zokeraf@mail.ru

Musich Dmitriy Olegovich

Student, Ulyanovsk State University
(42 L'va Tolstogo street, Ulyanovsk,
Russia)

Образец цитирования:

Гадомский, О. Н. Спин-спиновое взаимодействие пространственно
разнесенных электронных спинов в поле электромагнитного излучения /
О. Н. Гадомский, Д. О. Мусич // Известия высших учебных заведений.
Поволжский регион. Физико-математические науки. – 2020. – № 4 (56). –
С. 57–68. – DOI 10.21685/2072-3040-2020-4-5.